

ABAQUS 中的动力学问题

曲哲

2007-5-10

本文以一个无阻尼五自由度质点弹簧模型（层模型）为分析对象，考察动力学问题常用的隐式直接积分方法、显式直接积分方法以及振型叠加法在 ABAQUS 中的表现。

一、问题描述与模态分析

问题为如图 1 所示的 5 自由度质点弹簧体系。五个质点，每个质点只有 1 个水平自由度。各质点质量均为 1，质点之间用无质量的弹簧单元连接，弹簧刚度为 100。弹簧和质点均无阻尼。

体系底部固结于地面，加载时在地面施加加速度时程记录。

质点从下向上编号为 1~5。

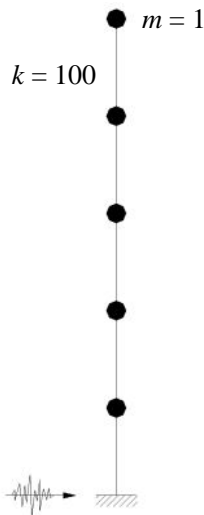


图 1：问题描述

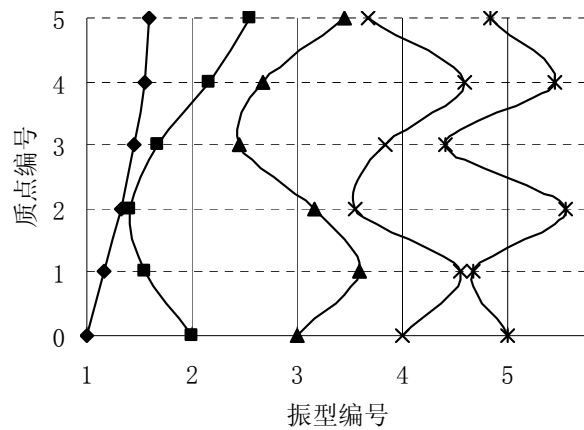


图 2：体系的各阶振型

容易列出该体系的质量矩阵与刚度矩阵，求解特征值可得到该体系的各阶振型与自振频率，如表 1 和图 2 所示，其中广义特征值及特征向量的求解在 MATLAB 中完成，振型经过了正交归一化。

表 1：体系的自振频率及其对应的振型向量（MATLAB）

模态编号	1	2	3	4	5
自振频率（MATLAB）	2.8463	8.3083	13.0972	16.8251	19.1899
自振频率（ABAQUS）	2.8463	8.3083	13.0973	16.8251	19.1901
振型					
质点 5	0.5969	0.5485	0.4557	-0.3260	-0.1699
质点 4	0.5485	0.1699	-0.3260	0.5969	0.4557
质点 3	0.4557	-0.3260	-0.5485	-0.1699	-0.5969
质点 2	0.3260	-0.5969	0.1699	-0.4557	0.5485
质点 1	0.1699	-0.4557	0.5969	0.5485	-0.3260

在用 ABAQUS 求解体系的振型时，杆件上没有质量，所以得到的数学模型应该与输入 MATLAB 中求解的一样。在上表中也可以看出两个软件给出的自振频率几乎完全一样，只是第 3 阶和第 5 阶频率略有差

别。这些微小的差别来自于两个软件采用的不同算法，对于这样的小问题，MATLAB 很可能采用 QR 分解的方法求出特征值和特征向量，而在 ABAQUS 则采用了 Lanczos 方法。

以下分析中以 1995 年日本关西地震中，在神户记录到的一条南北向地震波中的一段作为地面的输入加速度，如图 3 所示。该记录的地面运动最大加速度达 0.834g，其中 g 为重力加速度。

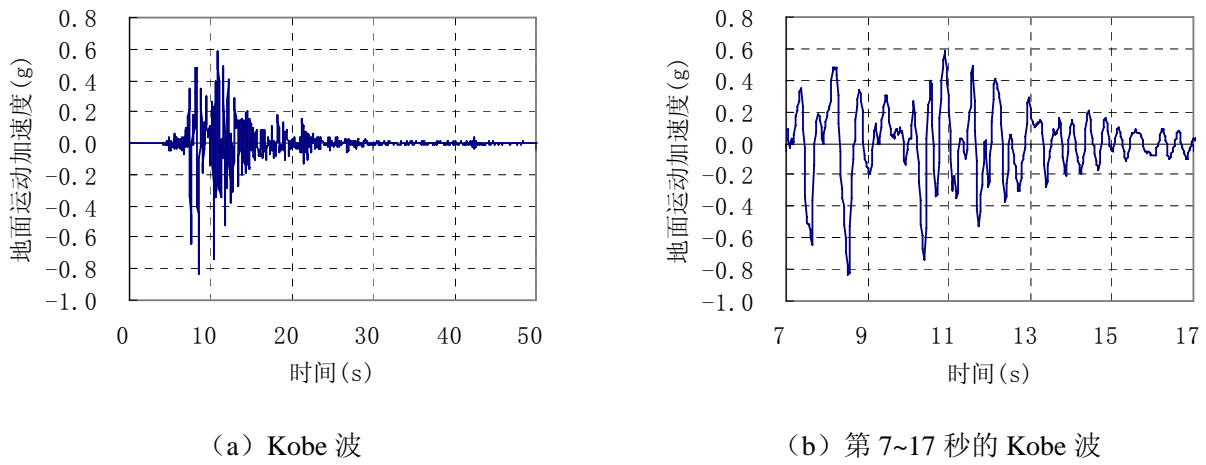


图 3: Kobe 波及其中的一段

二、隐式直接积分方法——Hilber-Hughes-Taylor 格式

ABAQUS 中隐式直接积分方法采用 Hilber-Hughes-Taylor 递推格式，这一格式以 Newmark 方法为基础，建立如下基本递推公式：

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \dot{u}_t + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \ddot{u}_t + \beta \Delta t^2 \ddot{u}_{t+\Delta t}$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{u}_t + \gamma \Delta t \ddot{u}_{t+\Delta t}$$

与 Newmark 法的不同之处在于上式中的系数 β 和 γ 的取值中加入了参数 α ，即

$$\beta = \frac{1}{4}(1 - \alpha)^2, \quad \gamma = \frac{1}{2} - \alpha, \quad -\frac{1}{3} \leq \alpha \leq 0$$

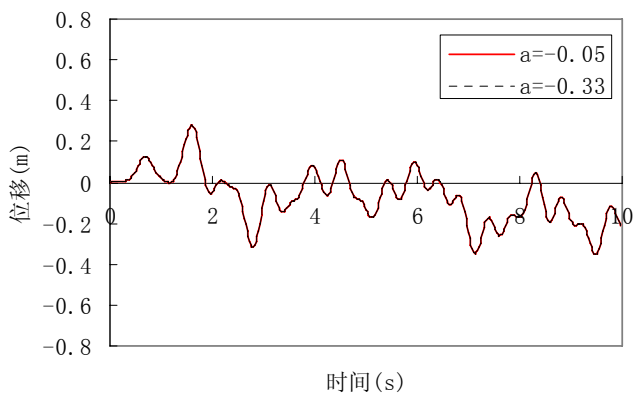
$\alpha=0$ 时上述方法等同于 Newmark 方法。这一参数的引入使上述递推格式有了控制算法阻尼的能力，并且 α 使得算法阻尼具有这样一种形式：对于低频成份，阻尼增长相当缓慢；对于高频成份，阻尼的增长加快。这样，微小的算法阻尼可以有效的抑制高频的噪声，而对低频的求解基本没有影响。ABAQUS 的帮助文件中指出，该方法引入的算法阻尼对体系耗能的影响一般不会超过 1%。

将上述系数 β 和 γ 代入 Newmark 法的稳定性条件可得：

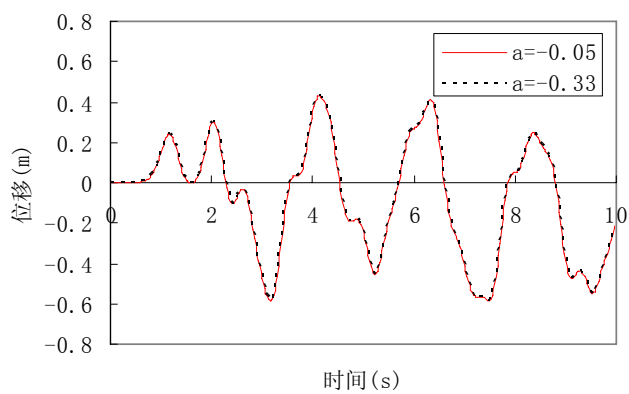
$$\Delta t \leq \frac{T_i}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \gamma \right)^2 - 4\beta}} = \infty$$

由此可知 Hilber-Hughes-Taylor 递推格式也是无条件稳定的。

图 4、5 显示了采用 ABAQUS 中的隐式直接积分法得到的体系首层和顶层的位移时程反应，其中将 $\alpha=-0.05$ ， $\Delta t=0.0025$ 条件下得到的结果作为标准工况，比较了 α 和 Δt 的变化对结果的影响。从图中可以看出，对于本算例， α 几乎没有影响。 Δt 放大后计算仍然收敛，产生的一些误差估计并非来自时间步长的影响，而是因为本算例的地震记录的时间间隔仅为 0.01 秒，以 0.025 秒为步长时实际上跳过了许多加速度的输入点。

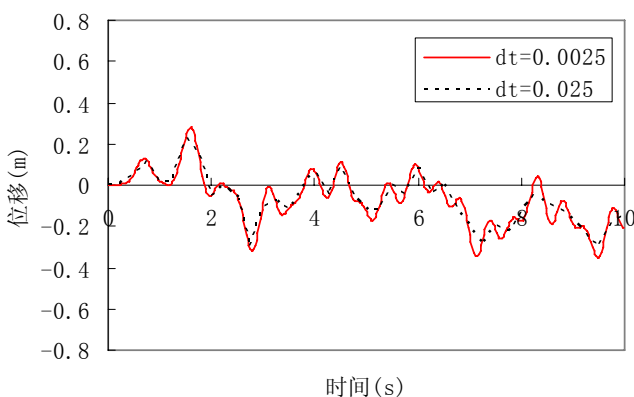


(a) 底层位移时程反应

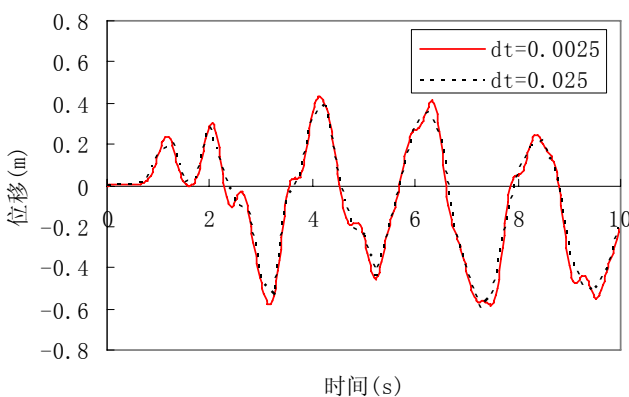


(b) 顶层位移时程反应

图 4: α 对计算结果的影响



(a) 底层位移时程反应



(b) 顶层位移时程反应

图 5: 时间步长 Δt 对计算结果的影响

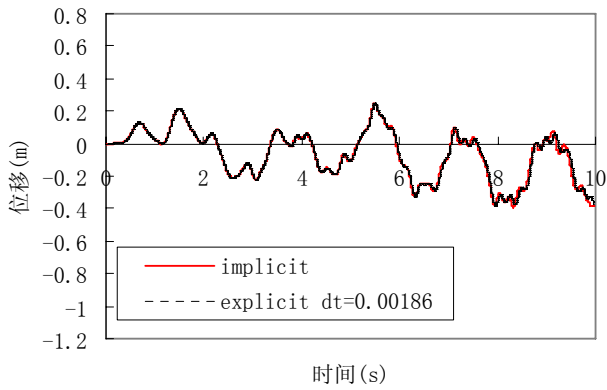
三、显式直接积分方法——中心差分格式

因为在 ABAQUS/Explicit 中不能使用弹簧单元 `spring2`, 所以对上述模型做一些改变, 将集中质量的质点-弹簧模型改成连续质量的杆模型, 分析采用 B21 单元。杆长 10, 杆横截面 0.2×0.2 , 杆材料弹性模量 500000, 密度 12.5。杆上与上文模型质点处相应的位置同样只有水平方向的一个自由度。这样近似相当于上文模型的一个分布质量体系。模态分析表明, 该分布质量体系较上文模型的频率发生了一些变化, 如表 2 所列。

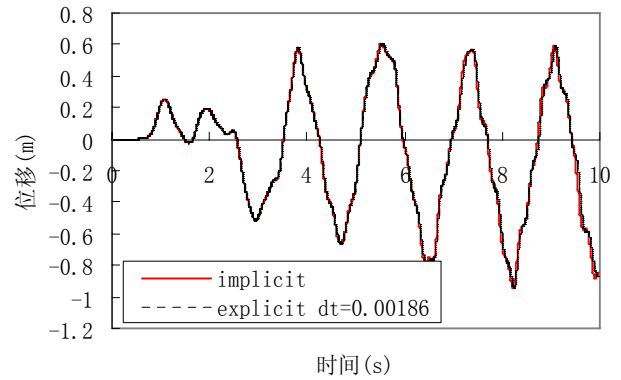
表 2: 集中质量与分布质量体系的自振频率比较

模态编号	1	2	3	4	5
分布质量	3.1165	9.4424	15.9706	22.4461	27.3652
集中质量	2.8463	8.3083	13.0973	16.8251	19.1901

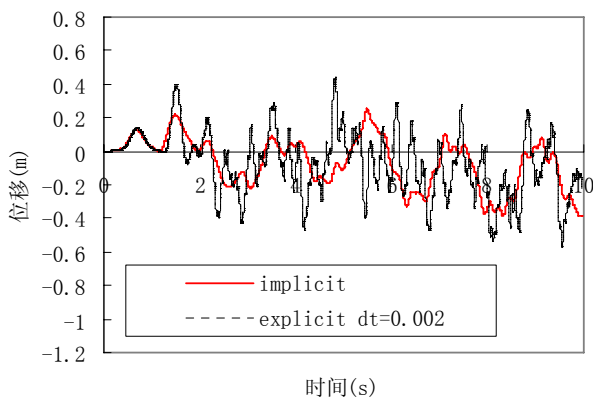
用隐式方法和显式方法分别求解本节的分布质量体系。隐式方法中取 $\alpha = -0.05$, $\Delta t = 0.005$ 。显式方法采用 ABAQUS 自动时间步长。ABAQUS 自动选取的时间步长 $\Delta t = 0.00186$ s。计算结果如图 6 (a, b) 所示, 二者几乎没有差别。然而隐式算法虽然步数较少, 但是计算缓慢, 显式算法的计算速度明显高于隐式算法。如果在显式计算中略微增大时间步长, 比如规定时间步长 $\Delta t = 0.002$ s, 则计算结果不再可靠, 如图 6 (c, d) 所示。从这一算例中也可以 ABAQUS 中自动时间步长的有效性。



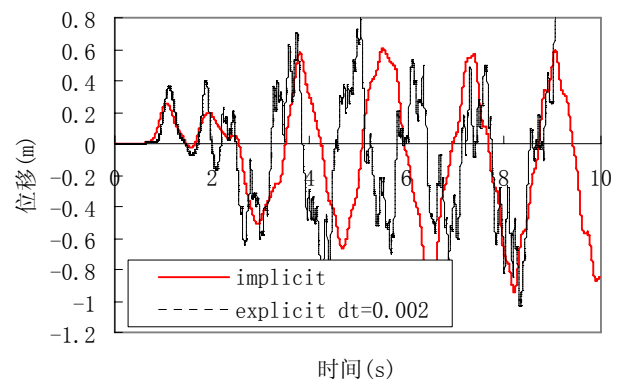
(a) 底层位移时程反应



(b) 顶层位移时程反应



(c) 底层位移时程反应



(d) 顶层位移时程反应

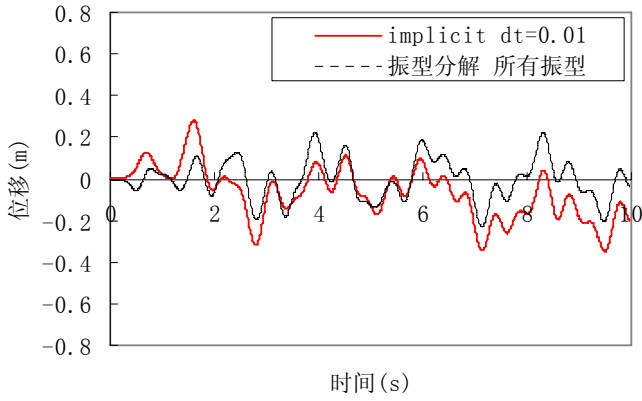
图 6: 显式与隐式直接积分方法分析结果比较

四、振型叠加法

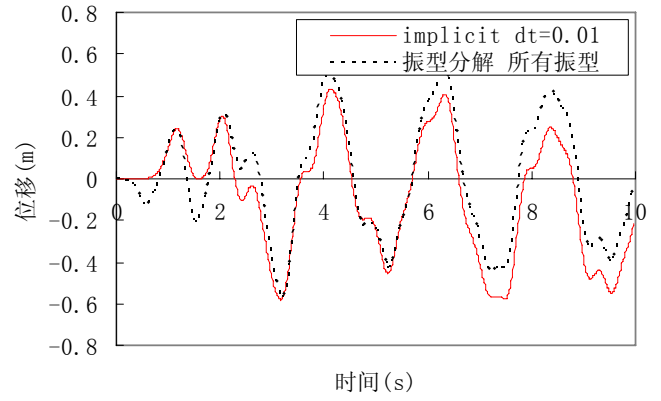
除了直接积分法之外，ABAQUS 也提供振型叠加法计算结构的动力响应。在 Linear perturbation 分析类型中，提供了 Frequency 和 Model dynamics 两种分析步，二者结合使用可以完成结构的振型叠加法分析。然而 ABAQUS/CAE 对振型叠加法的支持较差。选择所使用的振型，施加地面运动等都不能在图形界面中完成，而需要使用关键字定义，使用起来比较麻烦。作为参考，在本文最后的附录中给出了本节分析的 inp 文件中的主要部分及其注释，其中<>内为注释的内容，省略号……表示省略的内容。

本节的分析采用了与第二节中完全相同的集中质量模型，结构无阻尼。图 7 (a, b) 比较了振型叠加法与第二节中的隐式直接积分法得到的结果。其中振型叠加法使用了结构的所有 5 阶振型，时间步长为 $\Delta t=0.01s$ ；隐式直接积分法采用了 Newmark 递推格式（即令 $\alpha=0$ ），时间步长也为 0.01s。从图中可以看出二者之间存在比较明显的差别。出现这一差别的原因尚不清楚。从理论上讲，如果振型叠加法使用了所有叠型，它与直接积分法得到的结果应该是一致的。对于集中质量体系，采用所有振型是能够做到的。然而图 7 (a, b) 的结果却与此相左。

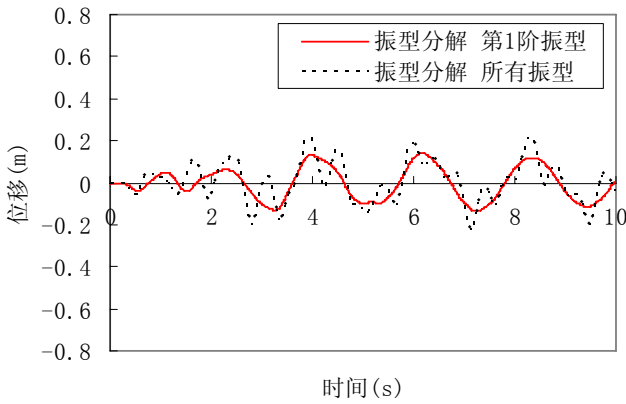
图 7 (c, d) 比较了采用不同的振型个数时振型叠加法的分析效果。由图可见，对于底层结构，由于受高阶激励的影响比较直接，只采用 1 阶振型得到的分析结果与采用所有振型得到的分析结果之间存在较大的差别。而这一差别在结构的顶层则变得相对较小，这里主要受 1 阶振型的控制。



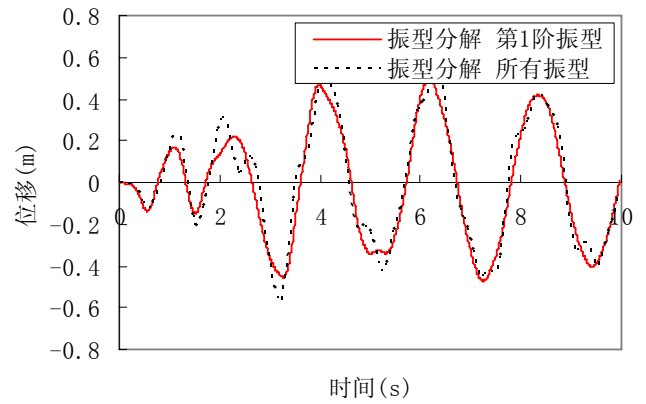
(a) 底层位移时程反应



(b) 顶层位移时程反应



(c) 底层位移时程反应



(d) 顶层位移时程反应

图 7: 振型叠加法与隐式直接积分方法分析结果比较

本文介绍了 ABAQUS 中结构模态分析方法和动力时程分析的三种方法。其中显式和隐式的直接积分方法比较常用，ABAQUS/CAE 对它们的支持也比较好。振型叠加法是结构动力学中的主流方法，而在以计算固体力学为本的 ABAQUS 中则没有得到图形界面的很好支持，使用起来不太方便。三种方法中，显式直接积分方法的计算速度远高于其它二者。然而显式积分方法采用的中心差分格式是条件稳定的，所需要的时间步长通常很小。即使这样，对于本文的算例它的分析效率还是最高的。

附录:

第四节振型叠加法模型所采用的 inp 文件节选及注释

<定义部件>

.....

<定义组装>

```
*Assembly, name=Assembly  
*Instance, name=Part-1-1, part=Part-1  
*End Instance
```

<定义质点单元>

```
*Element, type=MASS, elset=_PickedSet14_Inertia-1_  
1, Part-1-4.1
```

```
*Mass, elset=_PickedSet14_Inertia-1_
```

1., <集中质量>.....

<定义弹簧单元>

```
*Element, type=Spring2, elset=Springs/Dashpots-1-spring  
6, Part-1-1.1, Part-1-2.1
```

```
*Spring, elset=Springs/Dashpots-1-spring
```

```
1, 1
```

100. <弹簧刚度>.....

```
*End Assembly
```

<定义地面运动加速度时程>

```
*Amplitude, name=Kobe
```

<在这里输入加速度时程的数据.....>

<定义一般边界条件。这些未命名的边界条件在 Frequency 荷载步中被编入 primary base 中>

```
*Boundary
```

```
_PickedSet29, 2, 2
```

```
_PickedSet29, 6, 6
```

<定义 Frequency 荷载步, 进行模态分析, 为振型叠加做准备>

```
*Step, name=Step-1, perturbation
```

```
*Frequency, eigensolver=Lanczos,.....
```

```
, 0.1, 10., , ,
```

<创建一个名为 Kobe 的 Secondary base, 其中包含模型的基底结点>

```
*Boundary, base name = kobe
```

```
_PickedSet30, 1, 1
```

```
*End Step
```

<定义 Modal dynamics 荷载步>

```
*Step, name=Step-2, perturbation
```

```
*Modal dynamic, continue=NO
```

```
0.01, 9.96
```

```
*SELECT EIGENMODES,GENERATE <选择所使用的模态>
```

```
1,5,1
```

<定义 Primary base 中的自由度在本步中的运动>

```
*BASE MOTION,DOF=1,AMPLITUDE=Kobe,SCALE=0 <约束>
```

<定义 Secondary base 中的自由度在本步中的运动>

```
*BASE MOTION,DOF=1,AMPLITUDE=Kobe,SCALE=9.8,BASE NAME=Kobe <地面运动>
```

```
*End Step
```