

文章编号: 2009-0753

# 基于有效累积滞回耗能的钢筋混凝土构件 承载力退化模型

曲哲, \*叶列平

(清华大学土木工程系, 北京, 100084)

**摘要:** 在模拟建筑结构在地震作用下的非线性响应时, 应正确考虑构件的累积损伤对结构性能的影响。钢筋混凝土构件在反复受力下的承载力退化是其累积损伤的重要体现。本文根据不同加载路径下钢筋混凝土柱的试验资料, 通过考察不同加载路径对构件承载力退化的影响, 指出累积滞回耗能引起的构件损伤程度, 与产生该累积滞回耗能的位移幅值有关。基于这一结果, 本文提出了有效累积滞回耗能的定义, 以综合考虑累积滞回耗能和相应的位移幅值对承载力退化的影响。与试验结果的比较表明, 有效累积滞回耗能与构件承载力退化程度之间有良好的相关性。分析结果表明, 所建议的基于有效累积滞回耗能的承载力退化模型可较好地模拟不同往复加载路径下钢筋混凝土构件的滞回曲线。

**关键词:** 钢筋混凝土构件; 累积损伤; 承载力退化; 加载路径; 位移幅值; 有效累积滞回耗能

中图分类号: TU375.3 文献标识码: A

## Strength Deterioration Model based on Effective Hysteretic Energy Dissipation for RC Members under Cyclic Loading

QU Zhe, YE Lieping

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** In simulating the nonlinear seismic behavior of RC structures subjected to strong earthquake ground motions, it's necessary to take into account the accumulative damage of structural members, of which the strength deterioration is one of the most important aspects. By examining the influence of loading paths on the strength deterioration, it is shown that the extent of damage caused by a certain amount of hysteretic energy is dependent on the displacement amplitude at which the energy is dissipated. The effective hysteretic energy dissipation is then defined through combining the hysteretic energy dissipation with its corresponding displacement amplitude. It is proved by calibrating with available test data that the effective hysteretic energy dissipation has a good correlation with the extent of strength deterioration, and that the proposed strength deterioration model is effective in simulating the hysteretic behavior of reinforced concrete members subjected to various loading histories.

**Keywords:** reinforced concrete member; cumulative damage; strength deterioration; loading path; displacement amplitude; effective hysteretic energy dissipation

收稿日期: 2009-11-02; 修改日期: 2009-12-28

基金项目: 国家科技支撑计划课题 (2009BAJ28B01); 国家自然科学基金重大研究计划重点项目资助 (90815025)

作者简介: 曲哲, 男, 陕西西安人, 博士研究生, 主要从事工程结构抗震和 FRP 加固混凝土结构的研究;

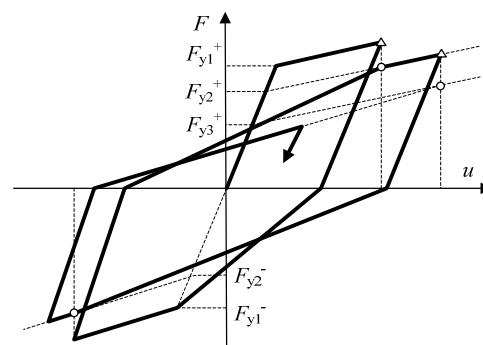
\*叶列平, 男, 江苏扬州人, 博士, 教授, 博导, 主要从事混凝土结构, 地震工程的研究 (E-mail: ylp@tsinghua.edu.cn)

## 1 概述

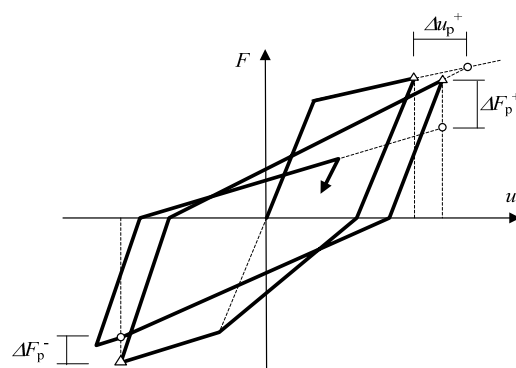
准确预测结构在地震作用下的抗震性能是建筑结构基于性能抗震设计的关键。试验与震害现象表明, 结构抗震性能与其所经历的受力历程有关。在持时较长、往复振动次数较多的强震作用下, 结构构件的承载力可能因累积损伤效应而降低, 进而导致构件破坏, 并可能由此引发整体结构倒塌破坏。为此, 结构非线性动力响应分析所采用的构件恢复力模型应能合理考虑构件的承载力退化。

钢筋混凝土构件承载力退化的机理一般归结为反复荷载作用下混凝土保护层的剥落和钢筋与混凝土粘结滑移的劣化。在 Park 和 Ang (1985)<sup>[1]</sup>提出的钢筋混凝土构件损伤模型中, 累积损伤既与最大位移相关, 也与累积滞回耗能相关。而现有的承载力退化模型均只考虑一个因素的影响, 即仅与最大位移相关(如文献[2]-[4][6]), 或仅与累积滞回耗能相关(如文献[7]-[10])。现有的承载力退化模型均以再加载曲线指向峰值点的滞回模型为基础, 通过改变恢复力模型的骨架线(图 1a), 或改变再加载指向点的承载力或位移(图 1b)来反映承载力退化。当改变恢复力模型的骨架线时, 再加载指向点为新骨架线上对应于上一循环最大位移处的承载力。图 1 中,  $F_{yi}$  表示第  $i$  个加载循环的屈服承载力,  $\Delta u_p$  和  $\Delta F_p$  分别表示再加载指向点的位移增量和承载力降低量, 正负号分别表示正向或反向加载。在图 1 中,  $\Delta$  表示某一加载循环的位移峰值点,  $\circ$  表示再加载指向点。

在与最大位移相关的承载力退化模型中, 构件承载力随构件在屈服后所经历的最大位移的增大而减小。Roufaiel 和 Meyer (1987)<sup>[2]</sup>注意到, 承载力退化与某一个临界位移有很大的相关性, 在临界位移之前, 构件基本无承载力退化。Kawashima 和 Koyama (1988a)<sup>[3]</sup>在试验中也观察到类似的现象。Chung 等人(1989)<sup>[4]</sup>在文献[2]的基础上, 综合考虑其他试验中观察到的现象, 提出在构件屈服时就考虑承载力退化, 且承载力退化随位移增大而加快。Youssef 和 Ghobarah (1999)<sup>[5]</sup>在 Lai 等人(1984)<sup>[6]</sup>提出的钢筋与混凝土分离模型的基础上, 在钢筋恢复力模型中考虑了粘结滑移和混凝土压溃引起的构件承载力退化。在该模型中, 钢筋纤维的再加载指向点对应的强度随最大位移的增大而减小。



(a) 改变骨架线



(b) 改变再加载指向点

图 1 指向峰值点的滞回模型的承载力退化示意图

Fig.1 Strength deterioration in peak oriented model

在与累积滞回耗能相关的承载力退化模型中, 构件的承载力随累积滞回耗能的增大而降低。Kunnath (1990)<sup>[7]</sup>根据 Park 和 Ang (1985)<sup>[1]</sup>提出的损伤模型, 通过增大再加载指向点的位移来模拟承载力退化。再加载指向点的位移增量与上一循环的滞回耗能成比例。该模型被用于建筑结构分析软件 IDARC。Mork (1994)<sup>[8]</sup>提出的基于改变骨架线的承载力退化模型也与累积滞回耗能相关, 同时为了考虑文献[2]提出的临界位移现象, 规定在最大位移达到临界位移前, 不考虑承载力退化。Rahnama 和 Krawinkler(1993)<sup>[10]</sup>提出的承载力退化模型被 Ibarra (2005)<sup>[9]</sup>用于钢筋混凝土结构的倒塌模拟。该模型定义了一个与累积滞回耗能相关的承载力退化系数  $\beta$ , 并由该系数控制构件骨架线的变化和再加载指向点位移的变化。Sucuogolu 和 Erberik (2004)<sup>[11]</sup>在研究往复加载下钢筋混凝土构件耗能能力变化的基础上, 所提出了一个新的改变骨架线的承载力退化模型, 其退化后的承载力与单个加载循环中构件的耗能能力成正比。

## 2 加载路径对承载力退化的影响

下面通过研究不同加载路径对构件承载力退化的影响, 进一步分析承载力退化与最大位移和累积滞回耗能的关系。在以下研究中, 按图 1(a)所示的改变骨架线的做法来考虑恢复力模型的承载力退化。

在研究往复荷载作用下钢筋混凝土构件的受力性能时, 通常采用最大位移逐级递增的加载制度; 而当关心构件的低周疲劳性能时, 常采用等位移幅值的加载制度。然而地震作用下结构的往复振动既不是逐级增大, 也不是等位移幅值振动, 具有很大的不确定性。

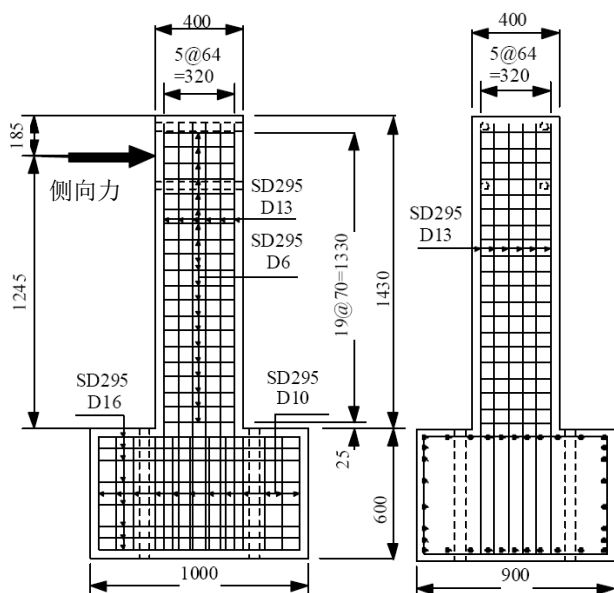


图2 试件尺寸与配筋 (文献[13])

Fig. 2 Dimension and reinforcement of the specimen (文献[13])

Kawashima 和 Koyama(1988b)<sup>[12]</sup>通过大尺寸试件的高速往复加载试验, 研究了不同加载路径下钢筋混凝土桥墩的受力性能。试验结果表明, 位移逐级递减的加载制度更容易造成构件的损伤, 即初始大位移加载产生的损伤相对更加显著。Takemura 和 Kawashima(1997)<sup>[13]</sup>通过一组 6 个试件, 进一步研究了加载路径对于钢筋混凝土桥墩的塑性变形能力的影响。6 个试件的尺寸与配筋构造均完全相同, 仅加载制度不同。试件为钢筋混凝土悬臂柱 (如图 2 所示)。截面尺寸为 400mm×400mm, 截面有效高度  $h_0=360\text{mm}$ , 加载点至地梁顶面距离为 1245mm, 剪跨比为 3.46, 混凝土强度约为 35MPa, 纵筋采用 D13 钢筋, 屈服强度 363MPa, 全部纵筋

配筋率为 1.66%。箍筋采用 D6 钢筋, 屈服强度为 368MPa, 箍筋间距为 70mm, 配箍率为 0.2%。试验时柱顶施加 157kN 的轴压力, 轴压比约为 0.03。试验中采用了 6 种不同的加载制度, 如图 3 所示, 对应的构件编号分别为 TP001~TP006。

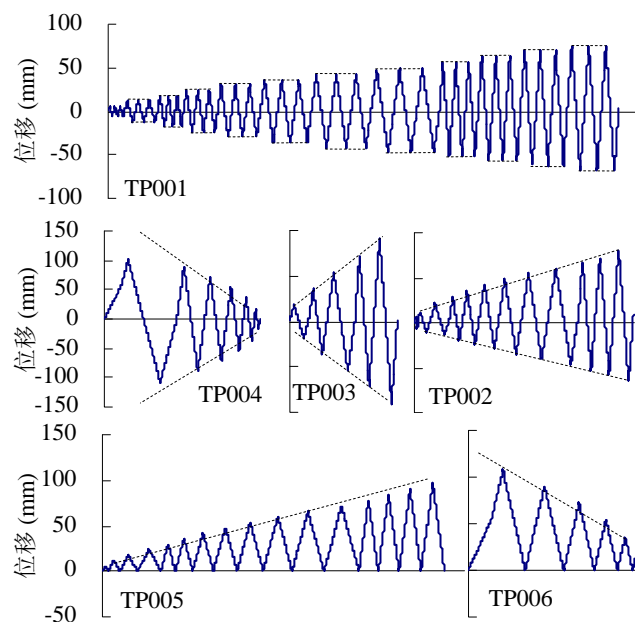


图3 Takemura 试验采用的加载制度 (文献[13])

Fig. 3 Loading hysteresis in the test by Takemura ([13])

由于试验得到的滞回曲线骨架线并非如图 1 所示的理想双线型, 若希望通过试验数据直接得到骨架线屈服承载力 (即图 1(a)中  $F_{yi}$ ) 降低, 或再加载指向点位移的增大量 (即图 1(b)中  $\Delta u_p$ ), 需要首先对试验得到的骨架线进行线性化处理, 这容易引入主观误差。与之相比, 由试验数据直接确定再加载指向点的承载力降低量 (即图 1(b)中的  $\Delta F_p$ ) 更加客观。以试件 TP003 和 TP004 为例, 对于加载位移逐级递增的 TP003 试件, 再加载指向点的承载力  $F_{oi}$  即为再加载时达到同一方向最大位移时的承载力 (图 4a); 对于位移递减的 TP004 试件, 再加载指向点的承载力为再加载曲线末端的切线达到同一方向最大位移时的承载力 (图 4b)。

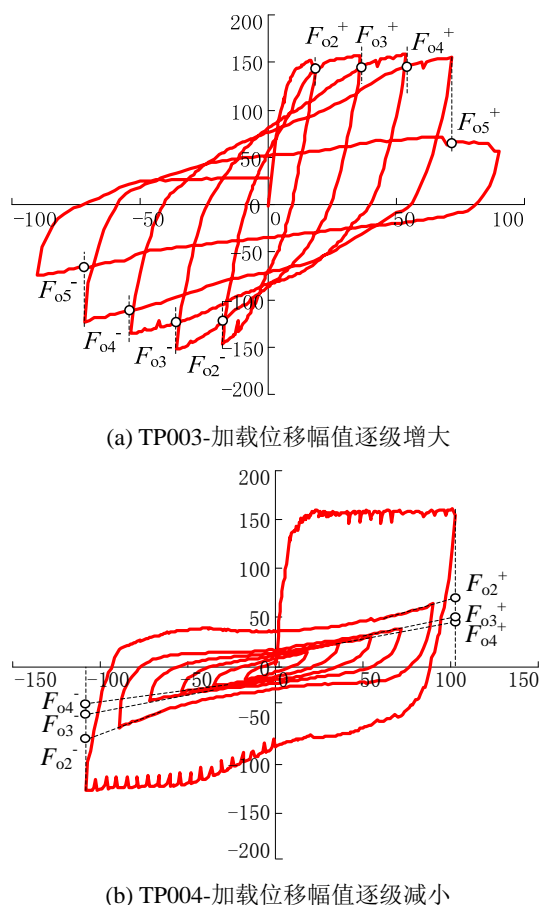


图4 试验得到的再加载指向点的承载力

Fig.4 Determination of the strength of oriented points

按照上述方法, 得到 TP001~TP006 六个试件各次循环正向与反向再加载指向点的承载力  $F_{oi}$ , 并将它们与相应上一循环的最大位移  $u_{i-1}$  和累积滞回耗能  $\Sigma E_j$  比较, 如图 5 所示。总的来说, 当加载位移幅值逐级增大时 (TP001、2、3、5), 再加载指向点的承载力随上一循环最大位移的增大, 或随累积滞回耗能的增大而单调减小。但当加载位移幅值逐级减小时 (TP004、6), 再加载指向点的承载力随累积滞回耗能的增大而减小 (图 5(b)), 随上一循环最大位移的减小而减小, 如图 5(a)中的 TP004 和 TP006 曲线。可见, 上一循环的最大位移不能正确反映加载位移幅值逐级减小试件的承载力退化现象。而由图 5(b)可见, 在不同加载制度下, 累积滞回耗能与再加载指向点承载力的关系具有相同的趋势, 即累积滞回耗能越大, 再加载指向点承载力越小, 但不同加载制度的累积滞回耗能与再加载指向点承载力的关系离散性很大。这说明, 累积滞回耗能也未能很好的反映承载力退化的规律。

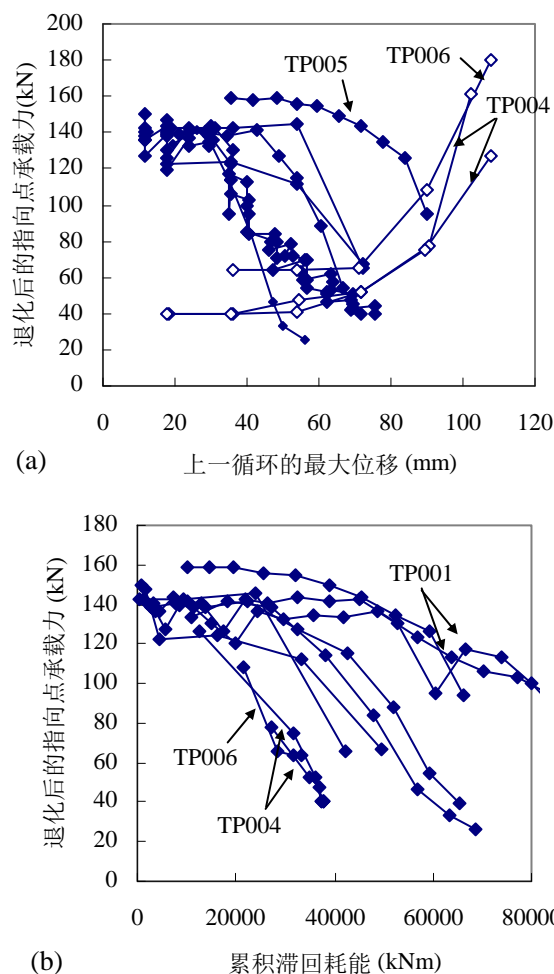


图5 再加载指向点的承载力与最大位移和累积滞回耗能的关系

Fig.5 Dependency of the strength of oriented points on peak displacement and energy dissipation

### 3 有效累积滞回耗能

刘伯权等人(1998)<sup>[14]</sup>通过等位移幅值加载的低周疲劳试验, 研究了位移幅值与钢筋混凝土试件低周疲劳寿命之间的关系。试验结果表明, 随着加载位移幅值的增大, 低周疲劳寿命迅速下降, 且构件发生破坏时的累积滞回耗能也随着位移幅值的增大而减小。这意味着, 在较大的加载位移幅值下, 只需要较少的累积滞回耗能就能使构件发生低周疲劳破坏。这与图 5(b)中反映的试验现象是一致的。在图 5(b)中, 当再加载指向点承载力退化至同一水平时, 加载位移先大后小的 TP004 和 TP006 两个试件的累积滞回耗能远小于加载位移先小后大的 TP001。根据以上观察, 得到以下定性结论: 在累积滞回耗能相等的情况下, 较小位移幅值引起的承

承载力退化程度小于较大位移幅值引起的承载力退化程度。由此, 本文提出“有效累积滞回耗能”的概念, 其定义如下:

$$E_{\text{eff},i} = \sum_{j=1}^i \left[ E_j \cdot \left( \frac{u_j}{u_f} \right)^2 \right] \quad (1)$$

式中,  $E_{\text{eff},i}$  为第  $i$  循环的有效累积滞回耗能;  $i$  表示当前前加载循环的编号;  $u_j$  是第  $j$  循环的最大位移;  $u_f$  是极限位移;  $E_j$  是第  $j$  循环的滞回耗能。从(1)式的定义可以看出, 某一加载循环的位移幅值较大时, 该加载循环的滞回耗能对有效累积滞回耗能  $E_{\text{eff},i}$  的贡献也大, 即意味着该循环的滞回耗能造成的构件损伤程度也大。

图 6 画出了上述 6 个试件的再加载指向点承载力  $F_o$  与按式(1)得到的有效累积滞回耗能  $E_{\text{eff}}$  的关系, 并采用初始屈服承载力  $F_{y1}$  和极限位移  $u_f$  进行归一化处理。与图 5 相比, 不同加载制度下再加载指向点承载力与有效累积滞回耗能  $E_{\text{eff},i}$  的相关关系离散性显著减小, 由此可知, 有效累积滞回耗能  $E_{\text{eff},i}$  与承载力退化之间具有较好的相关性。

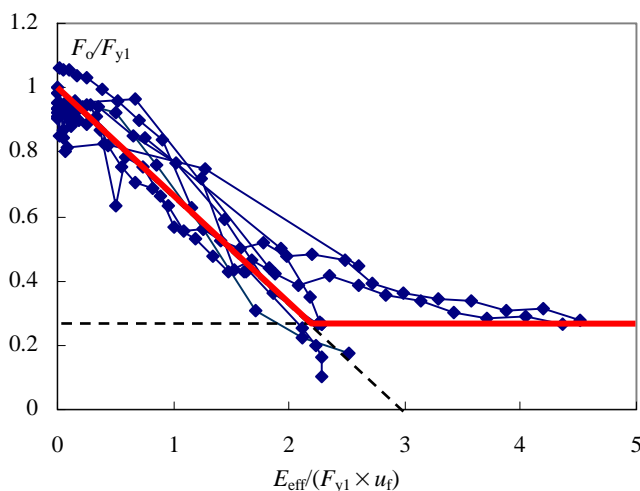


图 6 再加载指向点的承载力与有效累积滞回耗能的关系  
Fig.6 Dependence of the strength of oriented points on effective energy dissipation

本文建议采用图 6 中粗实线所示略偏下限的双折线作为试验结果的近似, 如式(2)所示:

$$\frac{F_{oi}}{F_{y1}} = 1 - \frac{E_{\text{eff},i}}{\lambda F_{y1} u_f} \geq c F_{y1} \quad (2)$$

式中,  $F_{oi}$  为第  $i$  个加载循环的再加载指向点承载力,  $F_{y1}$  为第 1 个加载循环的屈服承载力,  $E_{\text{eff},i}$  为第  $i$  循环的有效累积滞回耗能,  $u_f$  是极限位移。  $\lambda$  和  $c$  为由

试验确定的系数, 对于上述试验, 可取  $\lambda=3.0$ ,  $c=0.3$ 。需要指出的是, 上述  $\lambda$  和  $c$  的取值是根据轴压比较小的钢筋混凝土桥墩的试验结果得到的。与之相比, 建筑结构中的钢筋混凝土柱的轴压比往往更大, 故  $\lambda$  与  $c$  的取值也会有所不同。构件其他参数也可能对  $\lambda$  与  $c$  的取值有所影响, 这些都值得通过更多的试验开展进一步的研究。

对于双线型滞回模型, 根据图 1(a)易得, 再加载指向点承载力的降低量  $\Delta F_{oi}$  与骨架线屈服承载力的降低量  $\Delta F_{pi}$  之间的定量关系如下:

$$\Delta F_{oi} = \frac{\Delta F_{yi}}{1 - \alpha} \quad (3)$$

其中,  $\alpha$  为屈服后刚度系数, 即屈服后刚度与初始刚度之比。利用这一关系, 可以得到式(4)所示的基于有效累积滞回耗能的承载力退化模型。

$$F_{yi} = F_{y1} \left( 1 - \frac{E_{\text{eff},i}}{\lambda F_{y1} u_f (1 - \alpha)} \right) \geq c F_{y1} \quad (4)$$

该模型通过修改骨架线的屈服承载力来反映构件的承载力退化, 且承载力退化与此前的有效累积滞回耗能  $E_{\text{eff},i}$  成比例。

#### 4 钢筋混凝土构件承载力退化的模拟

在结构抗震分析中, 基于纤维模型的杆单元是常用的杆单元模型。纤维模型杆单元, 是将杆件截面划分成若干个纤维, 并根据截面的配筋情况为纤维赋予不同的力学属性。纤维模型杆单元可以自动考虑弯矩与轴力的耦合作用, 且能够适应不同截面形状和配筋布置情况, 具有较强的适用性。以上提出的骨架线屈服承载力退化公式经过适当改造, 即可在纤维模型杆单元中考虑钢筋混凝土构件的承载力退化。

虽然上文讨论的构件承载力退化是构件的宏观行为, 但其退化机理通常认为是钢筋与混凝土间的粘结滑移和混凝土保护层的剥落。同时, 钢筋的本构对钢筋混凝土杆系构件在往复加载下的压弯行为有决定性的影响。基于这样的认识, Youssef (1999)<sup>[5]</sup>在研究粘结滑移和保护层混凝土压溃对构件承载力退化行为的影响时, 采用了四钢筋模型, 并将构件承载力的退化全部计入钢筋纤维的滞回本构中。与试验结果的比较表明, 这种处理方法能

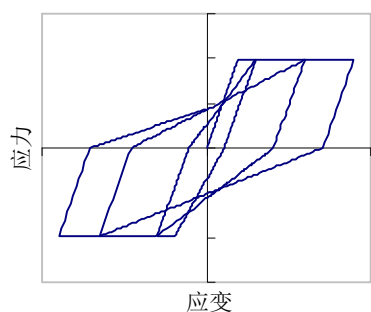
有效地模拟钢筋混凝土压弯构件在逐级递增加载下的承载力退化。这说明, 将宏观构件的承载力退化计入钢筋的滞回本构是行之有效的。据此, 将式(1)和式(4)所建议的基于“有效累积滞回耗能”的承载力退化模型中的力和位移分别用应力和应变代替, 如(5)式所示, 即可将所建议的基于“有效累积滞回耗能”的承载力退化模型用于描述钢筋屈服强度的退化, 从而考虑构件的承载力退化。注意, 这里所谓钢筋屈服强度的退化并非钢筋本身的劣化, 而是反映了钢筋与混凝土界面的粘结滑移和混凝土保护层剥落所产生的综合退化效果。

$$\sigma_{yi} = \sigma_{yl} \left( 1 - \frac{E_{eff,i}}{\lambda \sigma_{yl} \varepsilon_f (1 - \alpha)} \right) \geq c \sigma_{yl} \quad (5a)$$

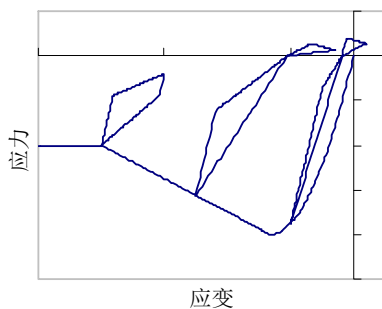
$$E_{eff,i} = \sum \left[ E_i \cdot \left( \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_f} \right)^2 \right] \quad (5b)$$

式中,  $\varepsilon_f$  可理解为钢筋与混凝土之间粘结滑移失效时的应变, 但其影响因素较为复杂, 为简便起见, 本文建议对于承载力退化非常明显的构件, 取  $\varepsilon_f = 25\varepsilon_y$ , 对于配筋正常, 承载力退化不太显著的一般压弯构件, 取  $\varepsilon_f = 50\varepsilon_y$ , 其中  $\varepsilon_y$  为钢筋的屈服应变。

下面以通用有限元程序 ABAQUS 6.7-1 为平台, 采用用户自定义的如图 7 所示钢筋和混凝土的单轴滞回模型, 并在钢筋滞回模型中按(5)式考虑强度退化。



(a) 钢筋

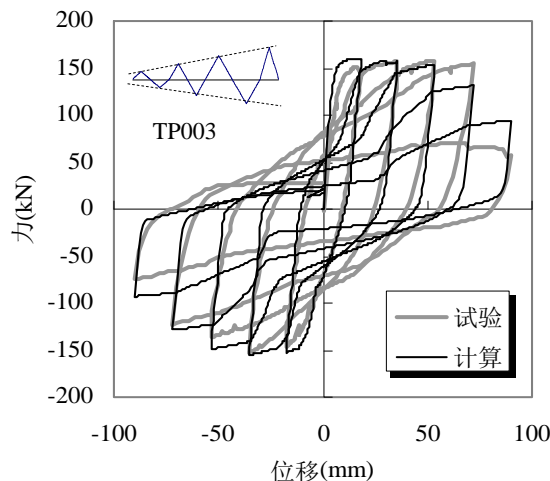
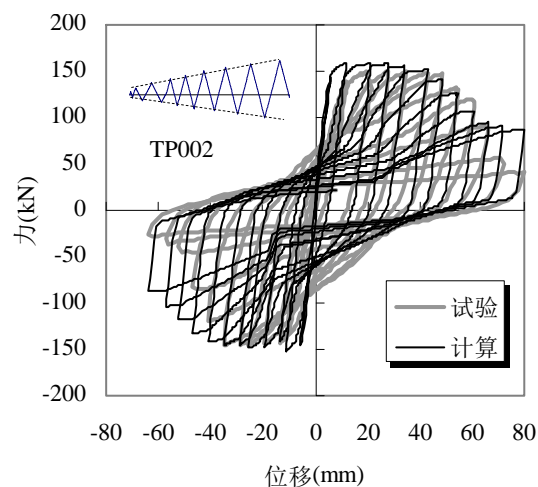
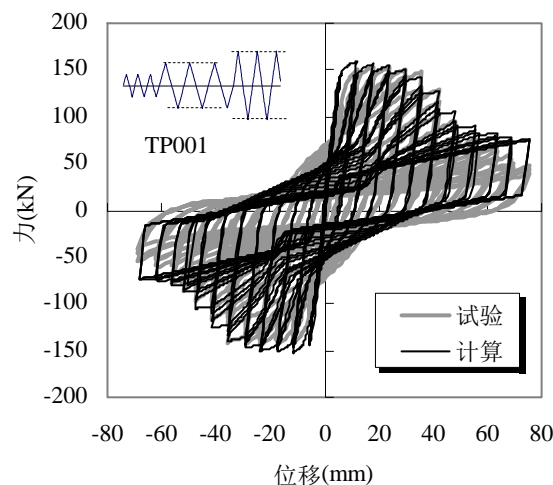


(b) 混凝土

图 7 钢筋与混凝土的单轴滞回本构模型

Fig.7 Uniaxial hysteretic models of reinforcement and concrete

对于 Takemura 试验, 在式(5)中取  $\lambda=3.0$ ,  $c=0.3$ ,  $\varepsilon_f=50\varepsilon_y$ 。计算结果与试验结果的比较如图 8 所示。由图可见, 无论对于逐级递增加载还是逐级递减加载, 本文建议的承载力退化模型和模拟方法均能比较准确的描述构件的承载力退化行为。



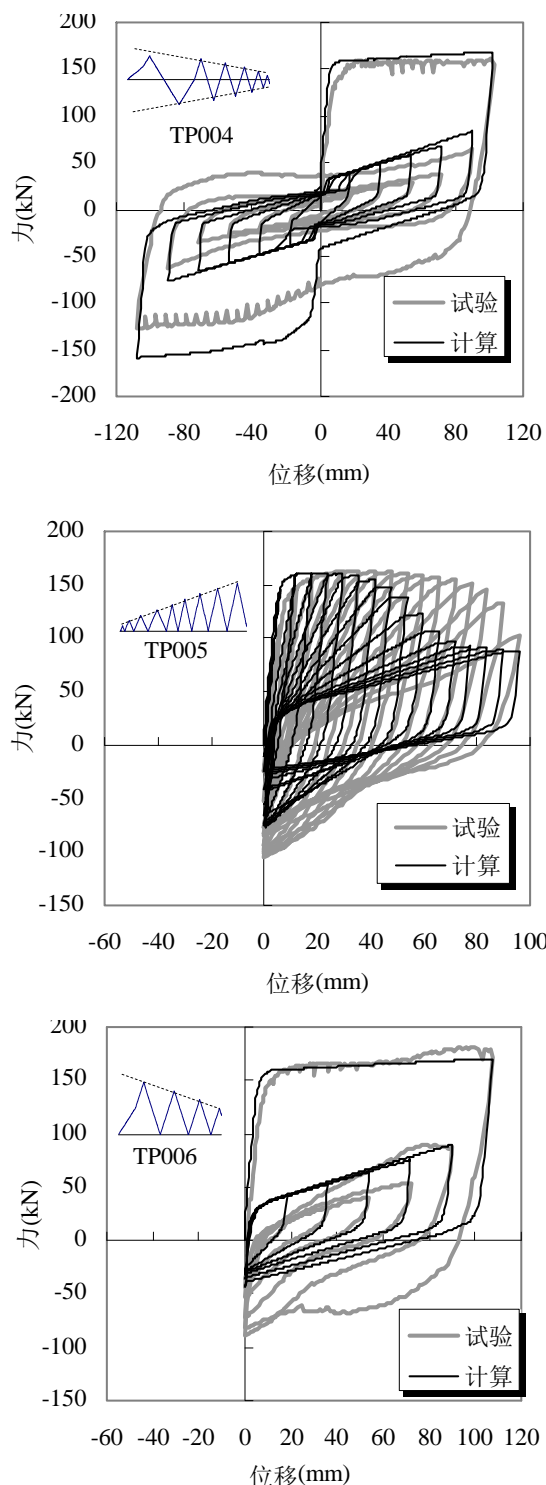


图8 分析结果与 Takemura 试验结果的对比  
Fig.8 Comparison between the analysis and experimental results of Takemura test

需注意的是, 对于同为逐级递增加载的 TP002 和 TP005, 本文计算模型给出了基本一致的承载力退化行为。然而在试验中, 仅单侧逐级递增加载的 TP005 的承载力退化程度远远小于双侧逐级递增加载的 TP002。这使得本文分析模型预测的 TP005 的

滞回行为与试验结果差距较大。单侧加载与双侧加载是否对构件的承载力退化行为有显著影响, 尚需通过更多的试验研究进行验证。

## 5 结论

本文在总结现有钢筋混凝土构件承载力退化模型的基础上, 研究了加载路径对承载力退化模型的影响, 提出“有效累积滞回耗能”是影响承载力退化的主要参数, 并据此建立了基于有效累积滞回耗能的承载力退化模型。本文研究的结论如下:

(1) 加载路径对钢筋混凝土构件的承载力退化有明显的影 响, 加载位移幅值逐级递减时构件的承载力退化比逐级递增时的承载力退化更加显著。

(2) 本文提出的“有效累积滞回耗能”可同时考虑最大位移和滞回耗能对构件损伤和承载力退化的影响。其物理意义在于, 较小的位移幅值下的累积滞回耗能造成的损伤小于等量但在较大位移幅值下发生的滞回耗能造成的损伤。“有效累积滞回耗能”与不同加载路径下钢筋混凝土构件的承载力退化程度之间具有良好的相关性。

(3) 当采用纤维模型模拟钢筋混凝土构件在往复荷载作用下的力学行为时, 在钢筋滞回本构中引入强度退化是模拟压弯构件承载力退化的有效方法。按照这种方法, 结合本文提出的基于有效累积滞回耗能的承载力退化模型, 可以比较准确的模拟钢筋混凝土压弯构件的滞回行为。

本文引用的试验研究有限, 所提出的承载力退化模型中的  $\lambda$  和  $c$  以及应用于纤维模型时的参数  $\epsilon_t$  等的具体取值存在局限性, 有待今后采用更多的试验数据进行校核。当对承载力退化行为的模拟精度要求较高时, 应根据模拟对象的特点或试验结果, 合理确定上述参数的取值。

## 参考文献

- [1] Park, Young J. and Ang, A.H.S. Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1985, 111(4): 722-739.
- [2] Roufaiel, M.S.L. and Meyer, C. Analytical modeling of hysteretic behavior of R/C frames [J]. Journal of Structural Engineering 1987, 113(3): 429-444.
- [3] Kawashima, Kazuhiko and Koyama, Tatsuhiko. Effect of number of loading cycles on dynamic characteristics of

- reinforced concrete bridge pier columns [J]. *Structural Engineering and Earthquake Engineering*, JSCE, 1988, 5(1): 183-191.
- [4] Chung, Young Soo, Meyer, Christian and Masanobu, Shinozuku. Modeling of concrete damage [J]. *ACI Structural Journal*, 1989, 86(3): 259-271.
- [5] Youssef, Maged and A. Ghobarah. Strength deterioration due to bond slip and concrete crushing in modeling of reinforced concrete members [J]. *ACI Structural Journal*, 1999, 96(6): 956-968.
- [6] Lai, Shing -Sham, Will, George T. and Otani, Shunsuke. Model for inelastic biaxial bending of concrete members [J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1984, 110(11): 2563-84.
- [7] Kunnath, Sashi K., Reinhorn, Andrei M. and Park, Young J.. Analytical modeling of inelastic seismic response of R/C structures [J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1990, 116(4): 996-1017.
- [8] Mork, K.J. Response analysis of reinforced concrete structures under seismic excitation [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1991, 23(1): 33-48.
- [9] Ibarra, Luis F. Global collapse of frame structures under seismic excitations [R]. PEER Report, 2005
- [10] Rahnama, M. and Krawinkler, H. Effect of soft soils and hysteresis models on seismic design spectra [R], John A. Blume Earthquake Engineering Research Center Report No. 108, Department of Civil Engineering, Stanford University, 1993
- [11] Sucuoglu, Haluk and Altug Erberik. Energy-based hysteresis and damage models for deteriorating systems [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2004, 33(1): 69-88.
- [12] Kawashima, Kazuhiko and Koyama, Tatsuhiko. Effects of cyclic loading hysteresis on dynamic behavior of reinforced concrete bridge piers [J]. *Structural Engineering and Earthquake Engineering*, JSCE, 1988, 5(2): 343-350.
- [13] Takemura, Hiroshi and Kawashima, Kazuhiko. Effect of loading hysteresis on ductility capacity of reinforced concrete bridge pier [J]. *Journal of Structural Engineering*, Japan, 1997, 43A: 849-858.
- [14] 刘伯权, 白绍良, 徐云中, 黄宗明. 钢筋混凝土柱低周疲劳性能的试验研究. *地震工程与工程振动*, 1998, 18(4): 82-89.
- Liu, Boquan, Bai, Shaoliang, Xu, Yunzhong and Huang, Zongming. Experimental study of low-cycle behavior of concrete columns. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1998, 18(4): 82-89